

Siedem grzechów głównych edukacji matematycznej

Czyli o tym, co utrudnia dzieciom nabywanie wiadomości i umiejętności matematycznych

Prof. dr hab. Edyta Gruszczyk-Kolczyńska
Ewa Zielińska

Wokół edukacji matematycznej dzieci nagromadziło się wiele nieporozumień. Uważa się, na przykład, że do opanowania szkolnej matematyki potrzebne są specjalne uzdolnienia. Te zaś – zdaniem nauczycieli i rodziców – są rzadkie i dlatego tak wielu uczniów doznaje nadmiernych trudności w nauce matematyki. Nie jest to do końca prawda¹, ale takie poglądy „rozgrzeszają” nauczycieli (nie muszą siebie winić za niski poziom nauczania) i uczniów (mogą mniej przykładać się do nauki matematyki). Ponieważ na brak zdolności niewiele można poradzić, jest milczące przyzwolenie na niski poziom umiejętności matematycznych dzieci.

Z powodu nikłej znajomości rzeczywistych przyczyn niepowodzeń w nauce matematyki, rzadko dąży się do tego, żeby edukację matematyczną uczynić bardziej przyjazną dla ucznia. Natomiast korepetycje z matematyki są ciągle główną formą pomocy uczniom, którzy nie potrafią sprostać wymaganiom stawianym im na lekcjach.

Jak poważny jest to problem, wskazują wyniki badań². Okazuje się, że co czwarty uczeń rozpoczynający naukę szkolną doznaje nadmiernych trudności, a potem niepowodzeń w uczeniu się matematyki. W klasach starszych uczniów tych jest jeszcze więcej³. Sytuacja uczniów doznających niepowodzeń w nauce matematyki jest tak skomplikowana, że trudno im skutecznie pomóc. Trzeba bowiem odbudować ich motywację do nauki, korzystnie zmienić samoocenę i rekonstruować system wiadomości i umiejętności matematycznych, często poczynając od klasy II szkoły podstawowej.

Wniknięcie w przyczyny tego zjawiska mogłoby przyczynić się do poprawy skuteczności edukacyjnej w zakresie matematyki. To zaś może znacznie zmniejszyć liczbę dzieci, które, jeśli chodzi o matematykę, są zepchnięte na ścieżkę niepowodzeń, ze wszystkimi tego konsekwencjami.

¹ Fakt ten podkreślają J. Piaget (*Dokąd zmierza edukacja*, PWN, Warszawa 1977, s. 87) i W.A. Krutiecki (*O niekatorich osobienostiach myslenia szkolnikow malospodobnykh k' matematike*, *Woprosy Psichologii* 1961, nr 5). Wynika to także z naszych badań (więcej informacji w publikacji E. Gruszczyk-Kolczyńskiej i E. Zielińskiej *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, Warszawa 2007, s. 7).

² Więcej informacji znajduje się w publikacji E. Gruszczyk-Kolczyńskiej, *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 2007 i wcześniejsze wydania; wstęp i rozdziały części pierwszej.

³ Na pierwotne przyczyny niepowodzeń w uczeniu się matematyki nakładają się także niekorzystne zbiegi okoliczności. Na przykład z powodu dłuższej nieobecności w szkole spowodowanej chorobą uczeń nie mógł nabyć pewnych umiejętności matematycznych, to zaś przeszkadza mu opanować następne. W edukacji matematycznej dominuje bowiem liniowy układ treści kształcenia. Jeżeli uczeń ten w porę nie nadrobi zaległości, lawinowo narastają trudności, aż do niepowodzeń włącznie.

O trudnościach zwyczajnych, które towarzyszą nabywaniu wiadomości i umiejętności matematycznych

Rodzice i nauczyciele uważają, że nauczenie się czegokolwiek ma być dla dziecka łatwe. Jest to nieporozumienie. Wystarczy przyjrzeć się uważnie procesowi uczenia się, aby dostrzec, że pokonywanie trudności towarzyszy każdej kształtowanej umiejętności i rozwiązywaniu każdego złożonego problemu. Gdy dziecko z łatwością rozwiązuje zadanie matematyczne, dysponuje ukształtowanym już schematem czynności i stosuje go bez wysiłku. Jeżeli jednak chce dowiedzieć się czegoś nowego, musi zdobyć się na wysiłek, a to jest równoznaczne z pokonywaniem trudności. Dotyczy to także opanowywania nowych czynności lub wykonania ich w sposób bardziej precyzyjny, na wyższym poziomie.

Charakterystyczne dla uczenia się matematyki jest rozwiązywanie specjalnie dobranych zadań. W edukacji szkolnej jest to główne źródło doświadczeń logicznych i matematycznych uczniów. Rozwiązywaniu zadań towarzyszy zawsze pokonywanie trudności. Dlatego w edukacji matematycznej niezwykle ważne jest, aby rozwiązywanie zadania i związane z tym pokonywanie trudności mieściło się w możliwościach umysłowych dziecka. Jeżeli tak się dzieje, dziecko gromadzi doświadczenia logiczne i matematyczne potrzebne do kształtowania wiadomości i umiejętności matematycznych.

Jeżeli dziecko w miarę samodzielnie radzi sobie z rozwiązywaniem zadań matematycznych w szkole i w domu, doznaje **trudności zwyczajnych**. Te zaś towarzyszą nauce matematyki na każdym etapie edukacji szkolnej. Pokonywanie takich trudności jest bowiem wpisane w szkolny proces uczenia się matematyki. Nie jest więc źle, jeżeli dziecko doznaje takich trudności zarówno w przedszkolu, jak i w szkole.

Nie chodzi więc o usuwanie trudności w uczeniu się matematyki. Kwestią podstawową jest wydolność dziecka, wysiłek umysłowy towarzyszący pokonywaniu trudności nie może przekraczać jego możliwości umysłowych. Dlatego trzeba zadbać o to, aby dzieci potrafiły poradzić sobie z normalnymi trudnościami. Żeby umiały je pokonać samodzielnie lub przy niewielkiej pomocy ze strony dorosłych. O tym należy pamiętać, przygotowując dziecko do szkolnej edukacji matematycznej.

Problem bowiem w tym, że pokonywanie trudności łączy się z narastaniem emocji ujemnych. Te zaś

mogą zmącić przebieg rozumowania i wywołać mechanizmy obronne⁴. Ma to miejsce, gdy dziecko:

- ma nieco mniejszą odporność emocjonalną i zbyt łatwo poddaje się frustracji;
- źle znosi porażki, bo traktuje je tak, jak klęskę życiową;
- nie potrafi jeszcze racjonalnie zachować się w sytuacjach trudnych.

Jak poważny jest to problem wychowawczy i edukacyjny, można się przekonać, obserwując dzieci w trakcie gier. Zwykle chętnie rozpoczynają grę i starają się dotrzeć do celu, aby wygrać. Gdy szala zwycięstwa przechyla się w przeciwną stronę, widać wyraźnie, jak u przegrywających dzieci narastają emocje ujemne, a ich zachowanie jest sterowane frustracją. Nie mogą się opanować i zbyt ostro protestują, ze złością rozrzucają pionki, krzyczą i obrażają się, itp.

Można obserwować podobne zachowania w trakcie rozwiązywania zadań matematycznych⁵. Dzieci, które nie potrafią sobie poradzić, a jednocześnie dostrzegają, że ich rówieśnicy zostali pochwaleni za rozwiązanie zadania, demonstrują złość, obrażają się „na cały świat” itp. Rozwiązywanie zadania przestaje być dla nich istotne, bo całą swoją energię skupiają na przeżywaniu porażki. Wynika z tego, że w pokonywaniu nawet zwyczajnych trudności może kryć się edukacyjne niebezpieczeństwo. Żeby tego uniknąć, trzeba dzieci oswoić z pokonywaniem trudności i nauczyć:

- rozumnego zachowania się w sytuacjach trudnych (nie da się ich przecież uniknąć), wymagających wysiłku umysłowego;
- znoszenia porażek (gdyż zdarzają się one codziennie) z postanowieniem, żeby się nie poddawać, bo następnym razem będzie lepiej.

Na to wszystko musi znaleźć się czas w przedszkolnej edukacji matematycznej połączonej ze wspomaganiem rozwoju umysłowego dzieci na poziomie wychowania przedszkolnego i w pierwszych latach nauki szkolnej⁶. Jeżeli tak się stanie, mali

⁴ Więcej informacji znajduje się w książce E. Gruszczyk-Kolczyńskiej *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 2007 i wcześniejsze wydania, rozdział *Dojrzałość emocjonalna i jej znaczenie w uczeniu się matematyki*. Omówione są w nim następujące problemy: a) zadania matematyczne jako sytuacje trudne, b) zachowania dzieci podczas pokonywania trudności zawartych w zadaniach matematycznych, wyniki badań własnych, c) rozumowanie i emocje w procesie uczenia się matematyki, problem blokad emocjonalnych.

⁵ Są to obserwacje i analizy dziecięcych zachowań w trakcie zajęć w klasach zerowych, w czasie których dzieci układały i rozwiązywały zadania z treścią.

⁶ Sposoby takiego przygotowania są opisane w publikacjach E. Gruszczyk-Kolczyńskiej i E. Zielińskiej *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa 2007

uczniowie polubią rozwiązywanie zadań matematycznych i zgromadzą doświadczenia potrzebne do kształtowania w swoich główkach wiadomości i umiejętności matematycznych.

Nadmierne trudności w nauce matematyki oraz ich konsekwencje

Oprócz trudności zwyczajnych są jeszcze **trudności nadmierne**⁷. Pojawiają się one z winy dorosłych, gdy wymagają oni od dzieci więcej niż one są w stanie wykonać. Ma to miejsce w klasach starszych, gdy edukację prowadzą już nauczyciele matematyki.

Przyczyną nadmiernych trudności jest przecenianie przez nauczycieli możliwości intelektualnych i stanu wiedzy uczniów poprzez dawanie im do rozwiązania zbyt trudnych zadań. Mylące jest to, że w zespole rówieśniczym znajdzie się zawsze dwoje lub troje dzieci, które spełnią ich oczekiwania i rozwiążą takie zadania. Są to zwykle dzieci o znakomitych możliwościach intelektualnych, często uzdolnione matematycznie.

Nauczyciel, widząc że kilkoro uczniów poradziło sobie z trudnymi zadaniami, sądzi, że pozostali są mniej ambitni i zapewne zwyczajnie nie chcą się trudzić przy rozwiązywaniu zadania. Chcąc ich przymusić do wysiłku, stosuje rozmaite represje: karci, zawstydza, szafuje niskimi ocenami itp. Ponieważ nie przynosi to rezultatów, nauczyciel zaczyna zajmować się na lekcjach tylko tymi uczniami, którzy funkcjonują zgodnie z jego wygórowanymi ambicjami. Pozostali uczniowie w znikomym stopniu korzystają z edukacji matematycznej organizowanej dla najzdolniejszych. Na dodatek nadmierne trudności, które są ich udziałem, na każdej lekcji skutecznie niszczą motywację wielu uczniów, nawet tych o dużych możliwościach intelektualnych.

i wcześniejsze wydania, rozdział *Konstruowanie gier dla dzieci i przez dzieci* E. Gruszczyk-Kolczyńskiej E. Zielińskiej i K. Dobosz *Jak nauczyć dzieci sztuki konstruowania gier? Metodyka, scenariusze zajęć oraz wiele ciekawych gier i zabaw*, WSiP, Warszawa 1996.

⁷ Więcej informacji o nadmiernych trudnościach w cytowanej wcześniej publikacji *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki...*

O specyficznych trudnościach w uczeniu się matematyki. Dlaczego są one groźne dla edukacji i rozwoju umysłowego dzieci?

W grupach sześciolatków i uczniów klas początkowych jest sporo dzieci, które nie potrafią rozwiązywać takich zadań matematycznych, z którymi rówieśnicy radzą sobie znakomicie. Przyczyny są różne. Niektóre dzieci mają tak wielkie kłopoty ze skupieniem uwagi, że umyka im sens zadania. Inne słabo liczą i nie pojmują zależności pomiędzy liczbami, zwłaszcza gdy wymagają one operacyjnego rozumowania na poziomie konkretnym. Jeszcze inne nie potrafią wykonać nieco bardziej złożonych czynności.

Natrafiając na trudność, dzieci te przestają zajmować się zadaniem. Czekają, aż inne dzieci uporają się z jego rozwiązaniem. Potem przepisują rozwiązanie zadania, nawet nie próbując niczego rozumieć. Z tych powodów nie gromadzą ani doświadczeń logicznych, ani matematycznych, a swoją energię zużywają na zdobywanie gotowego rozwiązania.

Opisana sytuacja jest typowa dla **trudności specyficznych**. Warto w tym miejscu wyjaśnić, dlaczego ten rodzaj trudności nazywamy „specyficznymi”. Otóż powstają one z powodu mniejszej – niż się oczekuje – dojrzałości dziecka do nauki matematyki⁸. Są więc specyficzne dla dziecka, które ich doznaje. Z badań wynika⁹, że takie trudności są udziałem tych dzieci, które rozwijają się wolniej i nieharmonijnie. Niestety, dotyczy to nawet co czwartego dziecka w grupie rówieśniczej.

Ten rodzaj trudności pojawia się u dzieci już w pierwszych dniach nauki szkolnej. Potem trudności specyficzne szybko pogłębiają się i rozszerzają do tego stopnia, że następuje blokada w nabywaniu wiadomości i umiejętności matematycznych. Jakie są jej skutki, można się przekonać, ustalając rzeczywisty poziom wiadomości i umiejętności matematycznych u dzieci z klasy III, któ-

⁸ Pojęcie dojrzałości do nauki matematyki i jej wskaźniki są dokładnie omówione w cytowanej książce E. Gruszczyk-Kolczyńskiej *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza i zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*, WSiP, Warszawa 2007 i wcześniejsze wydania, podrozdział *Dojrzałość do uczenia się matematyki*.

⁹ Są one przedstawione w cytowanej już książce E. Gruszczyk-Kolczyńskiej *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początkowych. Diagnoza i terapia*, Prace Naukowe Uniwersytetu Śląskiego w Katowicach nr 553, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice 1985.

re nie radzą sobie w nauce matematyki¹⁰. Okaże się wówczas, że potrafią one tyle co uczniowie pod koniec klasy I. Blokada w nabywaniu wiadomości i umiejętności ma bowiem miejsce w pierwszym roku edukacji szkolnej i obejmuje następne lata nauki.

Przez ten czas dzieci nie tylko nie korzystają z edukacji matematycznej organizowanej w szkole, ale całą swą energię zużywają na kształtowanie zachowań obronnych. Towarzyszy temu utrata motywacji do nauki szkolnej i niechęć do wszystkiego, co wiąże się z edukacją matematyczną.

O niszczących konsekwencjach specyficznych i nadmiernych trudności w uczeniu się matematyki

Badawcza analiza funkcjonowania uczniów, którzy doznają specyficznych i nadmiernych trudności w szkolnej edukacji matematycznej, ujawnia następujący niszczący mechanizm:

- jeżeli uczeń nie potrafi korzystać ze szkolnej edukacji matematycznej, przestaje ufać swym możliwościom umysłowym. Unika sytuacji wymagających wysiłku intelektualnego i powtarza bez zrozumienia to, co mówią i robią inni;
- przestaje rozwiązywać zadania i nabywa znacznie mniej doświadczeń logicznych oraz matematycznych. Umysł dziecięcy nie ma z czego konstruować wiadomości i umiejętności, a gdy trwa to dłużej, następuje blokada w uczeniu się matematyki;
- szybko zwiększa się różnica pomiędzy tym, co uczeń wie i umie, a wymaganiami szkolnymi¹¹.

¹⁰ W diagnozie wiadomości i umiejętności matematycznych stosuje się najczęściej nauczycielskie sprawdziany. Składają się one z zadań kontrolujących to, co uczeń wie i umie odpowiednio pod koniec klasy I, II, III itd. Jeżeli uczeń nie rozwiąże zadań ze sprawdzianu dla klasy II, to można stwierdzić, że nie dysponuje on wiadomościami i umiejętnościami, które miał opanować w drugim roku szkolnej edukacji. Wiadomo więc, czego nie umie, ale nie wiadomo, co umie. Dlatego radzę zastosować metodę cofania się. Wytłumaczę to na przykładzie ucznia z klasy III. Chcąc ustalić jego rzeczywisty poziom wiadomości i umiejętności matematycznych, daję się mu do rozwiązania zadania ze sprawdzianu dla klasy III. Jeżeli nie poradził sobie z rozwiązaniem tych zadań, wiadomo, że nie opanował wiadomości i umiejętności z klasy III. Trzeba więc mu dać do rozwiązania zadania ze sprawdzianu dla klasy II. Gdyby nie rozwiązał i tych zadań, oznacza to, że nie dysponuje wiadomościami i umiejętnościami, które miał opanować w drugim roku nauki szkolnej. W tej sytuacji trzeba mu dać do rozwiązania zadania ze sprawdzianu dla klasy I. Jeżeli rozwiąże te zadania, oznacza to, że poziom wiadomości i umiejętności tego ucznia jest na poziomie pierwszego roku nauczania. Ponieważ jest już uczniem klasy III, stwierdzamy dwa lata opóźnienia w nauce matematyki. W badaniach, których wyniki przytaczam, zastosowałam taki właśnie sposób ustalania rzeczywistego poziomu wiadomości i umiejętności matematycznych uczniów.

¹¹ Jest to dokładnie opisane (wraz z dokumentacją naukową) w cytowanych już publikacjach E. Gruszczyk-Kolczyńskiej *Niepowodzenia w uczeniu się matematyki u dzieci z klas początko-*

Na tym nie koniec nieszczęścia. Nauczyciele i rodzice dostrzegają bowiem skutki tego mechanizmu stosunkowo późno, gdy mali uczniowie ostro demonstrują niechęć do wysiłku umysłowego i utratę motywacji do nauki matematyki. W tym czasie opisane zachowania obronne i blokady szybko rozszerzają się na inne zakresy szkolnej działalności.

Dlatego uczniowie ci gromadzą znacznie mniej doświadczeń logicznych od swych rówieśników. Ich umysły nie mają z czego budować schematów umysłowych służących im do poznawania świata i sensownego organizowania czynności wykonawczych. Konsekwencją jest zwolnienie tempa rozwoju intelektualnego i kształtowanie się ich negatywnego stosunku do nauki szkolnej. Niekorzystnie zmienia się też ich samoocena i system oczekiwań wobec siebie. Uczniowie uznają, że są gorsi od rówieśników i nic na to nie mogą poradzić. Dlatego nie starają się poprawić swej sytuacji i odrzucają formy pomocy, jeżeli wymaga się od nich jakiegokolwiek wysiłku umysłowego.

Czy można znacząco zmniejszyć liczbę uczniów, których obejmuje ten niszczący mechanizm?

Tak! Trzeba jednak zasadniczo zmienić sposób prowadzenia edukacji matematycznej w przedszkolu i w pierwszych i następnych latach szkolnego nauczania. W przedszkolach i w pierwszych latach nauczania szkolnego należy konsekwentnie łączyć wspomaganie rozwoju umysłowego dzieci z ich edukacją matematyczną. Natomiast w klasach starszych sposób nauczania matematyki musi być w większym stopniu dostosowany do możliwości umysłowych uczniów, a także uwzględniać prawidłowości uczenia się, w tym uczenia się matematyki.

Okazuje się, że nawet najlepiej opracowane podstawy programowe i świetne programy autorskie w niewielkim stopniu przeciwdziałają nadmiernym trudnościom i niepowodzeniom w nauce matematyki. Decydujące znaczenie ma bowiem to, w jaki sposób nauczyciel uczy dzieci, jak organizuje ich edukację i z jakich środków dydaktycznych korzysta. Potwierdzają to usilne starania rodziców, żeby ich dziecko uczęszczało do klasy, w której uczy, na przykład, Pani Kasia. Uzasadniają to stwierdzeniem: „Krzyś, starszy brat, jest dobry z matematyki. Jest to zasługa Pani Kasi. Ona umie nauczyć matematyki”.

wych. *Diagnoza i terapia...* (rozdział 4 i 5), *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze...* (rozdział 5).

Ponieważ rodzice coraz częściej narzekają na poziom szkolnej edukacji matematycznej, przyjrzyjmy się jej głównym grzechom, to one są bowiem źródłem niezadowolających wyników w nauce matematyki i wielu poważnych trudności, których doznają dzieci. Nim przedstawimy owe grzechy, przypomnijmy krótko zależności pomiędzy podstawami programowymi, programami autorskimi i pakietami edukacyjnymi w zakresie edukacji matematycznej.

Podstawy programowe – programy autorskie – pakiety edukacyjne

Podstawy programowe wyznaczają zakres matematycznego kształcenia, który ma być realizowany w każdym przedszkolu i szkole¹². Określają, jakimi kompetencjami muszą wykazać się uczniowie pod koniec każdego etapu edukacyjnego. Wyjątkiem jest „Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych. I etap edukacyjny: klasy I – III, edukacja wczesnoszkolna”. Określono w niej bowiem także kompetencje, jakimi ma się wykazać uczeń kończący klasę I. Zakres kształcenia określony w podstawach jest rozszerzany i konkretyzowany w programach autorskich. Na etapie edukacji wczesnoszkolnej programy te są dostosowane do idei nauczania zintegrowanego.

Programy autorskie mają być z założenia tak szczegółowo i konkretnie opracowane, żeby nauczyciel mógł według nich zaplanować, a potem realizować proces nauczania-uczenia się odpowiednio w klasie I, II, III itd. Planując edukację matematyczną w szkole, nauczyciel musi opracować rozkład materiału i przewidzieć w nim, czego będzie uczył w kolejnych miesiącach i tygodniach roku szkolnego. Na tym etapie konkretyzacji nauczyciel ma obowiązek dostosowania treści kształcenia zawartych w programie do realnych możliwości edukacyjnych uczniów i do rytmu nauki szkolnej.

¹² Przypominam, że zgodnie z Rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego i kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół od początku roku szkolnego 2009/2010 proces wychowania i edukacji ma być prowadzony według postanowień zawartych w dokumentach: a) Podstawa programowa wychowania przedszkolnego dla przedszkoli, oddziałów przedszkolnych w szkołach oraz innych form wychowania przedszkolnego (załącznik 1), b) Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkół podstawowych. I etap edukacyjny: klasy I – III, edukacja wczesnoszkolna (załącznik nr 2).

Do programów autorskich¹³ opracowywane są pakiety edukacyjne dla uczniów, a w nich zeszyty ćwiczeń. Wyjaśnić tu trzeba, że na poziomie edukacji wczesnoszkolnej od lat nie publikuje się podręczników uczniowskich. Skutecznie wyparły je zeszyty ćwiczeń. Różnią się one tym od tradycyjnych podręczników, że uczniowie mogą w nich pisać i rysować, podkreślać i przekreślać, wklejać i wycinać z nich obrazki itd. Pakiety edukacyjne zawierają zwykle po kilka zeszytów ćwiczeń, na przykład po jednym na 2 miesiące nauki szkolnej¹⁴.

Jeżeli w pakietach edukacyjnych znajdują się osobne zeszyty ćwiczeń do edukacji matematycznej, są one wypełnione od pierwszej do ostatniej strony specjalnie dobranymi zadaniami. Zadania te mogą być przedstawione w formie uproszczonych rysunków, działań arytmetycznych, zadań z treścią, grafów, tabeli itd. Przyjmuje się, że w trakcie rozwiązywania zadań uczniowie gromadzą doświadczenia logiczne i matematyczne, z których dziecięcy umysł skonstruuje schematy zwane wiadomościami i umiejętnościami matematycznymi. Dlatego zadania są pogrupowane stosownie do kolejno realizowanych tematów zajęć: po kilka do każdego tematu.

Przedstawione zależności pomiędzy podstawami programowymi, programami autorskimi i pakietami edukacyjnymi mają zasadnicze znaczenie dla planowania i realizacji edukacji matematycznej w szkole.

Zakłócenie przedstawionego porządku rozrywa przestrzeń edukacyjną i jest przyczyną złej jakości pracy nauczycieli. To zaś powoduje powstawanie i narastanie u uczniów specyficznych i nadmiernych trudności w nabywaniu wiadomości i umiejętności matematycznych.

¹³ Najczęściej autorzy programów autorskich są także autorami pakietów edukacyjnych dla uczniów. Bywa też, że autorzy programów wskazują pakiety edukacyjne, które mogą być przydatne do realizacji ich programów.

¹⁴ Bywa więc, że mały uczeń nosi w swoim plecaku kilka zeszytów ćwiczeń, piórniki, worek z kaptami i strojem gimnastycznym itd. Wypełniony plecak ośmiolatka sporo waży, nieco poniżej 8 kilogramów. Z tego najcięższe są zeszyty ćwiczeń (każdy wydrukowany na grubszym papierze, w większym formacie). Nic więc dziwnego, że ostro protestują rodzice i lekarze. Problem zbyt ciężkich plecaków został rozwiązany osobnym rozporządzeniem Ministra Edukacji Narodowej, zobowiązującym dyrektorów szkół do stworzenia warunków, aby uczniowie mogli zostawiać w szkole część tego, co noszą w swoich plecakach. Niestety, nie rozwiązuje to problemu. Najcięższe są bowiem zeszyty ćwiczeń, a te uczniowie muszą nosić, gdyż w nich są zadania, które mają rozwiązywać w ramach pracy domowej.

Dlaczego nauczyciele wyżej cenią gotowe rozkłady materiału i pakiety edukacyjne niż podstawy programowe oraz autorskie programy edukacyjne

Od czasu wprowadzenia zintegrowanego nauczania programy autorskie charakteryzują się niebywałą ogólnikowością. Świadczy o tym choćby to, że treści obejmujące trzy lata edukacji matematycznej zajmują w nich często kilkanaście linijek druku. Zaś w części omawiającej realizację programu autorzy poświęcają edukacji matematycznej jeden, dwa akapity. Z powodu takiej ogólności treści kształcenia zawartych w programach autorskich nauczycielom trudno jest precyzyjnie zaplanować w rozkładach materiału edukację matematyczną na cały rok szkolny: dzień po dniu, tydzień po tygodniu, miesiąc po miesiącu.

Wydawnictwa edukacyjne mają tego świadomość i proponują nauczycielom gotowe rozkłady materiału, skorelowane w zeszytach ćwiczeń z pakietu edukacyjnego dla ucznia. Jednocześnie zapewniają o tym, że są one zgodne z obranym programem, a ten jest zgodny z podstawą programową. Możliwość korzystania z gotowego rozkładu materiału jest dla nauczycieli bardzo wygodna. Zamiast trudzić się nad dostosowaniem treści i przebiegu edukacji matematycznej do możliwości swych uczniów, mogą gotowy rozkład włączyć do dziennika, a potem według podanego w nim planu realizować kolejne tematy i przypisane im zadania z uczniowskiego zeszytu ćwiczeń.

Nic więc dziwnego, że nauczyciele preferują gotowe rozkłady materiału. Jest tam bowiem dokładnie określona kolejność realizowanych treści w kolejnych miesiącach i tygodniach, a nawet podane są tematy wszystkich zajęć z edukacji matematycznej z określeniem zadań, które uczniowie mają rozwiązać w danym dniu.

Ponieważ autorzy takich gotowców¹⁵ zapewniają o zgodności rozkładu materiału z programem, a programu z podstawami programowymi – nauczyciele nie przywiązują do tych dokumentów należytej wagi. Istotny dla nich jest rozkład materiału¹⁶ i pakiety edukacyjne. Tak jest w szkole, także w klasach zerowych¹⁷.

¹⁵ Posługuję się tu określeniem z gwary studenckiej i nauczycielskiej. „Gotowiec” to gotowe opracowanie, które można ściągnąć z Internetu lub zdobyć na rynku, np. wydawniczym. Do gotowców zalicza się rozkłady materiałów, rozmaite wykazy, scenariusze zajęć, artykuły, referaty itp. Korzystający z gotowców nie uważają za stosowne podać, kto jest ich autorem.

¹⁶ Dodać tu trzeba, że tak pożądane przez nauczycieli gotowce nie są ani recenzowane, ani też sprawdzane w praktyce szkolnej. Nie wymaga się tego przed ich opublikowaniem.

¹⁷ Prowadzenie zajęć w klasach zerowych powierza się zwykle nauczycielom edukacji wczesnoszkolnej. Ci zaś stosują szkol-

O niebezpieczeństwie oddalania się szkolnej edukacji matematycznej od tego, co faktycznie mogą opanować uczniowie

Nagminne korzystanie z gotowców obraca się przeciw uczniom. Umyka to jednak uwadze nauczycieli i nadzoru pedagogicznego, którzy są przecież odpowiedzialni za jakość nauczania. Mylące jest bowiem to, że gotowe rozkłady materiałów bywają perfekcyjne, a nieszczęściem to, że opracowano je przy biurku, dla wirtualnych dzieci.

Korzystanie z takich gotowców przyczynia się do lekceważenia jednej z głównych idei pedagogicznych – nauczyciel ma zajmować się edukacją matematyczną konkretnych dzieci, a nie realizować gotowy rozkład materiału, który nie uwzględnia (bo nie może uwzględnić) indywidualnych dziecięcych możliwości umysłowych.

Dlaczego perfekcyjność gotowców budzi nasze zastrzeżenia? Autorami gotowych rozkładów materiałów są najczęściej osoby, które opracowały programy i pakiety edukacyjne dla danej klasy. Nic więc dziwnego, że potrafią precyzyjnie określić kolejne tematy zajęć i podać, jakie zadania z zeszytu ćwiczeń dzieci mają rozwiązać dzień po dniu, od początku do zakończenia roku szkolnego.

Nieszczęściem jest rozmijanie się założeń edukacyjnych z rzeczywistością szkolną. Milcząco przyjmuje się bowiem, że nauczyciel, konstruując rozkład materiału (konkretyzację programu), dopasuje treści kształcenia do poziomu swoich uczniów. Jeżeli korzysta z gotowca, nie analizuje programu edukacyjnego pod kątem poziomu swych uczniów. Istotna jest dla niego formalna zgodność: gotowy rozkład gwarantuje realizację obranego programu, a ten pasuje do podstaw programowych.

Dodać tu trzeba, że korzystanie z gotowca oznacza także realizację pakietu zeszytów ćwiczeń, strona po stronie. Wszak w gotowym rozkładzie materiału przy każdym temacie podane są informacje, które zadania dzieci mają w danym dniu rozwiązać. Dochodzi więc do karykatury matematycznego kształcenia. Dla nauczyciela istotne jest to, czy jego uczniowie rozwiążą zadania przewidziane przy omawianiu danego tematu. Dlatego:

– na zajęciach z edukacji matematycznej zajmuje się głównie pilnowaniem dzieci, aby rozwiązywały zadania ze swoich zeszytów ćwiczeń;

ne formy i metody uczenia dzieci i korzystają ze szkolnych środków dydaktycznych. Dzieje się tak, mimo że z założenia edukacja sześciolatek ma być realizowana według kanonów wychowania przedszkolnego.

- jeżeli nie zdążą rozwiązać wszystkich, pozostałe zadaje im do domu.

I tak dzień po dniu, tydzień po tygodniu. Dochodzi do odwrócenia hierarchii: najważniejsze jest rozwiązywanie kolejno wszystkich zadań z zeszytów ćwiczeń („przerobienie zeszytu ćwiczeń”), w dalekim tle znajduje się realizacja programu i tego, co zalecają podstawy programowe z edukacji matematycznej.

Towarzyszy temu przesadna wiara w skuteczność edukacyjną rozwiązywania wszystkich zadań zawartych w zeszytach ćwiczeń. Nauczyciele są bowiem przekonani, że jeżeli uczeń rozwiąże te zadania, to tym samym opanuje te wiadomości i umiejętności, które są zalecane w programie. Wszak zeszyty ćwiczeń służą do realizacji programu.

Bywa często, że nauczyciele nie dociekają tego, czy dziecko rozwiązywało zadania samodzielnie, czy i w jakim stopniu korzystało z pomocy innych. Umyka im także to, że niektóre dzieci dosłownie kopiują to, co w zeszycie ćwiczeń zapisali ich rówieśnicy. Dla wielu, zbyt wielu nauczycieli ważne jest to, żeby zeszyt ćwiczeń uczeń wypełnił zapisami i rysunkami od pierwszej do ostatniej strony. Świadczy to bowiem – w ich mniemaniu – o... realizacji programu.

Kilka ważniejszych mankamentów zeszytów ćwiczeń, na przykładzie edukacji matematycznej

Zacznijmy od wizualnej pułapki – zeszyty ćwiczeń wypełnione są bogato ilustrowanymi zadaniami, kolorowymi grafami, wyrażeniami zapisanymi działaniami. Jest tam też mnóstwo ułatwień: dzieci mają wpisać w określonych miejscach właściwą liczbę, jeden ze znaków działań, dorysować brakujący fragment, strzałkę grafu, przekreślić złe rozwiązanie itd. Chodzi o to, aby uczniowie rozwiązywali możliwie dużo zadań i nie tracili czasu na manipulowanie np. liczmanami i zapisywanie działań w zeszycie w kratkę.

Nauczyciele są bowiem przekonani o tym, że rozwiązywanie ilustrowanych zadań jest równoznaczne z czynnościowym uczeniem się matematyki. Narysowane w zeszytach obiekty traktują tak jak konkrety. Dlatego są zadowoleni, gdy wydawnictwa mnożą liczbę zeszytów ćwiczeń. Chodzi o to, aby dzieci na zajęciach z edukacji matematycznej były zajęte rozwiązywaniem zadań.

Żeby wyjaśnić, jaka kryje się w tym pułapka, cofnijmy się w czasie. Jeszcze kilkanaście lat temu w klasach I w powszechnym użyciu były patyczki, rozmaite liczydła i zeszyty w kratkę. Nauczyciele kształtowali w dziecięcych główkach umiejętności matematyczne w taki, na przykład, sposób:

- zwracali się do dzieci: „Masz cztery patyczki, dodaj trzy, policz, ile jest razem... Zapisz działanie”;
- dzieci liczyły i wyznaczały sumę, manipulując przedmiotami (np. patyczkami), następnie wykonanym czynnościom nadawały symboliczne znaczenie i zapisywały $4 + 3 = 7$.

Taki sposób postępowania można nazwać pogładową, wstępną matematyzacją¹⁸ realnej sytuacji. Rozwiązując zadania, dziecko samodzielnie realizuje drogę od konkretnej działalności, obserwacji i analizowania jej skutków do symbolicznej reprezentacji. Jeżeli dziecko w taki sposób rozwiąże kilka podobnych zadań, ma szansę ustalić wspólne cechy sposobu ich rozwiązywania. Może tworzyć schemat matematyczny dla danego obszaru działania, np. że dla wygody można zmieniać kolejność dodawanych składników i nie ma to wpływu na wielkość sumy. Takie rozumowania prowadzą do myślenia strukturami, począwszy od początku edukacji matematycznej. Jest to sedno edukacji matematycznej dzieci.

W zeszytach ćwiczeń tę pogładową matematyzację realizują obecnie... ich autorzy. Zadanie przedstawiają na przykład w formie rysunku, pod nim zapisują rozwiązanie w postaci niekompletnego działania. Dziecko ma tylko wpisać konkretną liczbę lub znak działania w odpowiednie miejsce. Nie musi nawet trudzić się rachowaniem, wystarczy, że poczeka i... odpisze od sąsiada to, co trzeba. Niewiele zmienia to, że dzieci mogą w taki sposób „rozwiązać” bardzo dużo zadań na jednych zajęciach. Niestety, ilość nie przechodzi tu w jakość.

Kolejną pułapką jest to, że autorzy zeszytów ćwiczeń dążą do pokazania na obrazkach tego, czego

¹⁸ Na szczególne znaczenie matematyzacji wskazuje M. Krygowska *Zarys dydaktyki matematyki*. Część I, WSiP, Warszawa 1977, s. 48 i dalsze. Twierdzi, że wszelkie myślenie matematyczne składa się z cykli większych lub mniejszych, a w każdym z nich można wyróżnić: obserwację, matematyzację, dedukcję i zastosowanie. Opisując proces szkolnego nauczania matematyki, Krygowska wyróżnia matematyzację wstępną, pogładową. Polega ona na konstruowaniu schematu myślowego jakiegoś układu stosunków, którego nie można jeszcze uważać za schemat matematyczny włączony do pewnej teorii matematycznej, ale którego konstrukcja jest od początku ukierunkowana na właściwą późniejszą matematyzację.

pokazać się nie da. W klasie I dotyczy to najczęściej kształtowania umiejętności odejmowania. Oto kilka przykładów:

- na rysunku jest przedstawionych 7 jajek, z tego 3 mają stłuczone skorupki. Autor zadania zakłada, że dzieci będą interpretowały ten rysunek jako odejmowanie, a więc tak: było 7 jajek, ktoś rozbił 3, ile jajek zostało? Tymczasem dla dzieci rysunek przedstawia dodawanie: 4 jajka całe i 3 jajka ze stłuczonymi skorupkami, razem 7 jajek;
- na rysunku są przedstawione ptaki: 5 siedzi na drzewie i 4 fruwa. Autor jest pewien, że dzieci zobaczą w tym rysunku odejmowanie: 9 ptaków siedziało na drzewie, 4 odfrunęły, ile ptaków nadal siedzi na drzewie? Problem w tym, że dzieci widzą dodawanie: 5 ptaków siedzi i 4 fruwa, razem 9.

Można mnożyć takie przykłady, wszak ilustrowane zadania na odejmowanie znajdują się na wielu stronach zeszytów ćwiczeń.

Takie nieporozumienia można by uznać za śmieszne, gdyby dzieci na zajęciach z edukacji matematycznej uczyły się także odejmować, manipulując liczmanami i zapisując działania w zeszycie w kratkę. Tak się dzieje niezwykle rzadko.

W edukacji wczesnoszkolnej dominuje bowiem „papierowy” sposób prowadzenia edukacji matematycznej, który jest dla nauczycieli niezwykle wygodny (uczniowie spokojnie siedzą w ławkach), organizacyjnie łatwy (mają swoje zeszyty ćwiczeń z obrazkami i zapisanymi tam zadaniami, dlatego nie trzeba przygotowywać pomocy dydaktycznych) i w krótkim czasie można rozwiązać wiele zadań. Edukacja matematyczna może więc odbywać się bez manipulacji liczmanami¹⁹, z pominięciem obserwacji wykonanych czynności i zastanawiania się nad ich matematycznym sensem, nawet bez sięgania do doświadczeń życiowych dzieci.

Dlaczego „papierowy” sposób prowadzenia edukacji matematycznej jest groźny dla wielu uczniów

Żeby dostrzec niebezpieczeństwo, przyjrzyjmy się wprowadzaniu małego ucznia do zrozumienia nieco bardziej złożonych problemów. Rzecz bowiem w tym, że w nauczaniu matematyki (i nie tylko) nie warto i nie trzeba dziecku wyjaśniać słownie sensu kształtowanych pojęć i prawidłowości matematycznych. Gdy

¹⁹ Że tak jest, można się przekonać, oglądając sale lekcyjne – w tych, w których uczą się uczniowie klasy I, nie ma liczydeł, z których mogą korzystać dzieci. Czasami bywa liczydło przeznaczone dla nauczyciela. Żeby mógł pokazać, jak się na nim liczy. W tornistrach dzieci rzadko znaleźć można patyczki lub małe liczydła.

dorośli – nauczyciel, ojciec, matka – będzie dążyć do tłumaczenia dziecku przy pomocy słów „co to jest” lub „jak się to robi”, ono szybko nauczy się na pamięć regułek, a potem pięknie ją wyrecytuje na każde zawołanie. Niestety, nie oznacza to, że zrozumie jej sens, a już na pewno nie będzie potrafiło zastosować tego, co było mu tłumaczone.

Pomocne są tutaj odpowiednio dobrane sytuacje życiowe, wymagające liczenia, oraz serie zadań matematycznych, które dziecko może rozwiązać, manipulując odpowiednio dobranymi przedmiotami. Jeżeli dziecko będzie aktywnie w nich uczestniczyć i rozwiąże odpowiednią porcję zadań, to zgromadzi potrzebne doświadczenia. Stanowią one rodzaj budulca, z którego dziecięcy umysł skonstruuje schematy poznawcze²⁰, zwane też wiadomościami i umiejętnościami.

Kłopot w tym, że dzieci (podobnie jak dorośli) różnią się niezwykle między sobą pod względem liczby doświadczeń potrzebnych im do budowania w swym umyśle schematów poznawczych. Nazywamy to podatnością na nauczanie²¹. Zdolność tę można przedstawić jako kontinuum – od osób o wielkiej podatności na uczenie się do osób, które są mniej uzdolnione pod tym względem²².

²⁰ Jest to ważna idea konstruktywizmu. Przyjmuje się tu, że narzędzia potrzebne do poznawania i rozumienia świata (to, czym człowiek myśli) są konstruowane i doskonalone w umyśle z osobistych doświadczeń człowieka, na zasadzie interioryzacji. W procesie uczenia można i trzeba stwarzać dobre ku temu warunki, a także pomagać interioryzacji, podtrzymując i ukierunkowując aktywność poznawczą dziecka. Jednak każdy człowiek, także dziecko, musi tego dokonać (przejsć drogę interioryzacji) osobiście. Musi działać (przesuwać przedmioty, grupować je, składać razem, rozsuwać, ustawiać rzędem itd.), doświadczać odwracalności wprowadzanych zmian, nazywać sens tego, co wykonuje, a potem scalać i koordynować efekty tak przetworzonych doświadczeń, aby poprzez mowę cichą dla samego siebie i symboliczne już wyobrażenia (czynności i ich skutków) przybrały one postać własnych schematów myślowych. Dla zrozumienia, jak się to dzieje, przydatne są ustalenia J. Piageta dotyczące asymilacji, akomodacji i osiągania równowagi: *Studia z psychologii dziecka*, PWN, Warszawa 1966; *Strukturalizm*, PWN, Warszawa 1972; *Psychologia i epistemologia*, PWN, Warszawa 1977, a także L.S. Wygotskiego *Wybrane prace psychologiczne*, PWN, Warszawa 1971.

²¹ Więcej informacji podaje w swoich znakomitych pracach Z.I. Kałmykowa *Problemowo-syntetyczna metodyka diagnostyki nauczalności* [w:] *Materiały do nauczania psychologii*, red. L. Wołoszynowa, tom 2, seria 3, Warszawa 1976; *Umstwiennojie razwitiie szkolnikow ostajuszczich w uczenii* [w:] *Ostajuszczije w uczenii szkolniki. Problema psichiceskowo razwitiija*, red. Z.I. Kałmykowa, I.J. Kulagin, Moskwa 1986; *Produktiwnoje myslenie kak osnowa obuczajemosti*, Moskwa 1981.

²² Warto tu przytoczyć ustalenia. Z.I. Kałmykowej (op. cit.). Wyniki jej badań wykazały, że dzieci siedmio, ośmioletnie różnią się pod tym względem tak: jednym wystarczy 4 powtórzenia lub 5 powtórzeń dla zbudowania schematu poznawczego w swych umysłach, inne potrzebują na to aż 16 powtórzeń. Badania Kałmykowej dowodzą także, że u dzieci starszych różnice te jeszcze bardziej się powiększają. Trzeba tu koniecznie dodać, że tak wielkie różnice indywidualne w podatności na nauczanie dotyczą dzieci w normie intelektualnej.

Na jednym biegunie znajdują się dzieci, które potrzebują sporo powtórzeń do kształtowania schematów poznawczych. Na dodatek muszą zaczynać od manipulacji przedmiotami i stopniowo, powoli, krok po kroku realizować drogę interioryzacji. W największym skrócie może to wyglądać u tych dzieci tak:

- grupują kasztany „tu 3 i tu 4”, liczą je razem i stwierdzają: „Trzy dodać cztery jest siedem”. Przesławiają kasztany i widzą, że „tu 4 i tu 3”, ale po tej czynności muszą znowu policzyć kasztany, aby wiedzieć, ile jest ich razem;
- jeżeli nawet powtórzą te czynności kilka razy, to i tak doświadczenia te nie wystarczają im dla dostrzeżenia, że suma przedmiotów nie zmienia się mimo ich przekładania. Dlatego muszą wykonać jeszcze kilka podobnych serii zadań na patyczkach, klockach, fasolach (im więcej, tym lepiej);
- potem mają jeszcze rozwiązać kilka zadań zapisanych w formie symbolicznej, np. $3 + 5 = \dots$ oraz $5 + 3 = \dots$, $4 + 3 = \dots$ oraz $3 + 4 = \dots$, $6 + 2 = \dots$ oraz $2 + 6 = \dots$ itp. Po tej serii doświadczeń w ich umyśle krystalizuje się schemat: wynik dodawania nie zależy od kolejności dodawanych składników;
- na koniec muszą sprawdzić, czy ten schemat stosuje się do innych sytuacji zadaniowych, ale sprawdzanie to także trwa stosunkowo długo, gdyż muszą rozwiązać sporo zadań.

Na przeciwnym biegunie są dzieci, które do stworzenia w swym umyśle tego schematu poznawczego nie potrzebują tak wielu doświadczeń. Co więcej, nie muszą zbyt wiele manipulować przedmiotami. Wystarczy im to, że:

- popatrzą na zgrupowane kasztany, policzą je i szybko ustalą ich sumę. Gestem zasymulują przekładanie zgrupowanych kasztanów, wyobrażają sobie, co z tego wyniknie i ponownie obliczą ich sumę;
- dostrzegą wówczas, że suma kasztanów nie zmienia się mimo wyobrazonego przełożenia (zmiany) pogrupowanych kasztanów;
- wystarczy teraz kropka nad i, na przykład w postaci rozwiązania kilku zadań zapisanych w formie działań (symbolicznie) i już mają w swych głowach gotowy schemat – suma nie zależy od kolejności dodawanych składników;
- teraz chcą się tylko upewnić, czy schemat ten stosuje się do innych sytuacji zadaniowych, ale doprawdy wystarcza im do tego rozwiązanie trzech, czterech zadań.

Różnica ogromna! Wróćmy więc do klasy pierwszej, aby dostrzec inne jeszcze związane z tymi prawidłowościami komplikacje. Na jednych zajęciach

z edukacji matematycznej nauczycielka może rozwiązać z dziećmi 4 lub co najwyżej 6 zadań dobranych z myślą o doświadczeniach dotyczących omawianej prawidłowości²³. Jest to mało, dlatego nauczycielka zadaje swym uczniom jeszcze kilka zadań do rozwiązania jako pracę domową.

Zwykle następnego dnia jest kontynuacja tego fragmentu matematycznego kształcenia i mali uczniowie rozwiązują jeszcze kilka zadań, ale dobranych już z myślą o zastosowaniu poznanej prawidłowości. Nie może temu jednak poświęcić więcej uwagi, bo czasu edukacyjnego jest mało i trzeba przystąpić do realizacji następnego tematu i rozwiązywania następnej, innej porcji zadań z zeszytu ćwiczeń.

Problem w tym, że porcja doświadczeń logicznych i matematycznych, którą mały uczeń mógł zgromadzić na szkolnych zajęciach jest tak skromna, że z trudnością wystarcza tym uczniom, którzy mają wybitną podatność na nauczanie. Na dodatek uczniowie nie mają zwykle wiele okazji – a często nie mają ich wcale – do manipulowania przedmiotami. **Rzecz w tym, że nawet najlepszy obrazek jest ze swej natury statyczny. Tymczasem do rozumienia sensu przekształceń i odwracalności – niebywale ważnych w kształtowaniu wiadomości i umiejętności matematycznych – większość małych uczniów potrzebuje doświadczeń przestrzennych, dziejących się w czasie.**

Jeżeli uczeń charakteryzuje się wysoką podatnością na nauczanie, to „papierowy” sposób prowadzenia edukacji matematycznej nie przeszkadza mu zbyt. Potrafi przecież wyobrazić sobie przekształcenia i ich odwracalne skutki, pomagając sobie namiastką ruchu przekształcającego, np. gestem przesunięcia. Dlatego rozumie zadania i potrafi je rozwiązywać. Oznacza to, że gromadzi doświadczenia logiczne i matematyczne na szkolnych zajęciach. Ta porcja doświadczeń wystarcza mu, choć z trudem, do zbudowania w umyśle schematu poznawczego. Potem, odrabiając zadania domowe, doskonalą ten schemat. Następnego dnia, rozwiązując następne zadania, tylko go sprawdza.

²³ Liczba zadań możliwych do rozwiązania na lekcji zależy od tego, jaką mają one konstrukcję: a) jeżeli są to zadania tekstowe, to rozwiązuje się je dłużej, b) gdy są to działania zapisane za pomocą cyfr (symboli liczb) i znaków działań – rozwiązywanie trwa znacznie krócej, c) najwięcej czasu potrzeba na zorganizowanie sytuacji życiowej, której pomyślne zakończenie wymaga rachowania. Trzeba jednak pamiętać, że nieco inne doświadczenia dzieci gromadzą w trakcie rozwiązywania zadań tekstowych, inne, gdy rozwiązują zadania zapisane w słupku, a jeszcze inne, gdy stosują umiejętności matematyczne w sytuacjach życiowych.

W innej sytuacji są uczniowie o średniej podatności na nauczanie. Korzystają z papierowego sposobu prowadzenia edukacji matematycznej wówczas, gdy mogą chociaż trochę manipulować przedmiotami: muszą bowiem doświadczać fizycznych przekształceń. Dlatego wszystko zależy od tego, czy dorośli dopilnują odrabiania zadań domowych i pomogą im rozwiązać zadania, skłaniając do liczenia na konkretach. Jeżeli tak się stanie, uczniowie ci mają szansę zbudować schemat poznawczy na drugi dzień w szkole, na lekcji matematyki, w trakcie rozwiązywania dalszych zadań.

W dramatycznej sytuacji są uczniowie o niskiej podatności na nauczanie. Gdy są pozbawieni możliwości manipulacji (albo zbyt mało mają ku temu okazji), nie rozumieją sensu zadań matematycznych, bo są one podane w formie symbolicznej lub w postaci statycznych rysunków. Nie rozumieją ich i nie chcą ich rozwiązywać. Niewiele pomoże nawet to, że rodzice pomagają im w odrabianiu zadań, bo musieliby od początku i metodycznie prowadzić swe dziecko krok po kroku drogą interioryzacji, a oni przecież tego nie potrafią.

Z ustaleń tych wynika, że „papierowe” nauczanie matematyki i tendencja do skracania czasu edukacyjnego wypycha coraz więcej małych uczniów na ścieżkę niepowodzeń szkolnych, zwłaszcza w zakresie nauki matematyki. Dotyczy to również dzieci, które rozpoczęły naukę szkolną z wystarczającą dojrzałością szkolną, w tym także w zakresie operacyjnego rozumowania.

Potwierdzają to badania nad przyczynami nadmiernych trudności w uczeniu się matematyki i nad działaniami naprawczymi²⁴. Trzeba tu koniecznie dodać, że mniejszą podatność na szkolne nauczanie mają także dzieci plasujące się wysoko w normie intelektualnej. Wynika to jednak z niedostatków nauczania szkolnego. Nie jest przecież ich winą, że w szkolnej edukacji matematycznej dominuje „papierowe” nauczanie! Nie ma wątpliwości, że nasilająca się tendencja do papierowego kształcenia jest jednym z grzechów głównych edukacji matematycznej realizowanej w szkole.

O zgubnych tendencjach skracania czasu edukacyjnego przeznaczonego na kształtowanie wiadomości i umiejętności uczniów

W założeniu rok szkolny ma trwać prawie 10 miesięcy, a w każdym tygodniu dokładnie określoną

²⁴ Więcej informacji znaleźć można w cytowanej książce E. Gruszyk-Kolczyńskiej *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze...*

liczbę godzin edukacyjnych dla danej klasy. Programy edukacyjne konstruowane są według takiego przelicznika. Muszą bowiem uwzględniać (rzadko jednak przeprowadza się taką analizę) realne możliwości opanowania przez małego ucznia treści zawartych w ramach programowych i w wybranym programie autorskim.

W praktyce wygląda to jednak inaczej, bo w roku szkolnym jest wiele świąt, wakacji i niepisanych – a utrwalonych w świadomości uczniów i nauczycieli – okazji do faktycznego zawieszania nauki szkolnej²⁵. Jeżeli się przyjrzeć temu bliżej, okazuje się, że dzieci uczą się systematycznie w nie więcej niż 3/4 czasu, jaki wynika z podanego wcześniej przelicznika. Bywa jeszcze gorzej, gdy nauczycielka choruje czas jakiś i jej uczniowie mają organizowane zastępstwa. Gdy trwa to dłużej, pojawiają się poważne zakłócenia procesu kształcenia dzieci.

Skracanie czasu edukacyjnego odbija się szczególnie niekorzystnie na kształtowaniu umiejętności matematycznych, a także czytania i pisanie. W dramatycznej sytuacji są mali uczniowie, którzy mają opisaną wcześniej mniejszą podatność na uczenie się. Muszą oni bowiem zgromadzić sporo doświadczeń, aby w ich umysłach ukształtowały się określone schematy poznawcze i wykonawcze (zwane także strukturami umysłowymi). Na dodatek ważne jest, aby część tych doświadczeń wynikała z przekształceń realizowanych w czasie i przestrzeni.

Organizowanie warunków dla takich doświadczeń pochłania sporo czasu i jest także organizacyjnie trudne. Jest to jeden z ważniejszych powodów, dla

²⁵ W pierwszym półroczu nauka szkolna przedstawia się najczęściej tak: a) uczniowie rozpoczynają wprawdzie naukę w pierwszym dniu września, ale przez dobrych kilka dni (czasami i tydzień) dopracowuje się plan zajęć i załatwia się rozmaite sprawy organizacyjne, niestety kosztem realizacji programu nauczania; b) jest jeszcze Dzień Nauczyciela, ale po nim nauka odbywa się już regularnie aż do ostatniego tygodnia października (razem około 7 tygodni), bo przecież zaczynają się obchody Wszystkich Świętych, a potem zaraz Narodowe Święto Niepodległości, a jeżeli wypadnie między tymi świętami sobota i niedziela, nauka szkolna jest praktycznie zawieszona czasem na 12 dni, c) potem uczniowie uczą się bardzo porządnie do połowy grudnia (około 5 tygodni), lecz przecież trzeba urządzić uroczyste mikołajki i przygotować się do świąt Bożego Narodzenia. I znowu... mała przerwa świąteczna, d) teraz następuje niebywale intensywny okres nauczania, wszak zbliżamy się do końca pierwszego półroczu (koniec semestru) i jest to dla nauczyciela sygnał do zastanowienia się, na jakim jest etapie realizacji programu nauczania. W drugim półroczu jest podobnie. Z pięciu miesięcy nauki trzeba bowiem odliczyć: a) ferie zimowe i wielkanocne (+ czas potrzebny na załatwienie różnych spraw organizacyjnych związanych z tymi wydarzeniami), b) czas świąt majowych (pierwszy, trzeci maja i przypadające w tym czasie soboty i niedziele), c) dodatkowe święta, np. Dzień Dziecka, d) czas zwyczajowo przeznaczony na załatwianie rozmaitych ważnych spraw związanych z zakończeniem roku szkolnego, bo wszyscy się przyzwyczaili do tego, że około 16 czerwca kończą się normalne lekcje.

którego nauczyciele preferują „papierowy” sposób prowadzenia edukacji matematycznej.

Dlaczego tolerowane są opisane nieprawidłowości w edukacji matematycznej dzieci?

Głównym powodem jest to, że skutki opisanych grzechów ujawniają się tak późno, że trudno połączyć przyczynę ze skutkiem. Na dodatek grzechy te nie szkodzą wszystkim uczniom w tym samym stopniu.

Uczniowie o znakomitych możliwościach intelektualnych, z wysoką podatnością na uczenie się, radzą sobie nieźle w „papierowej” matematyce: nie muszą manipulować liczmanami, bo rozumują na poziomie symbolicznym, dlatego potrafią samodzielnie i sprawnie rozwiązywać zadania ze swoich zeszytów ćwiczeń. A że papierowy sposób organizowania edukacji matematycznej nie sprzyja rozwojowi ich uzdolnień matematycznych? Nic złego się nie dzieje, przecież nie wiadomo, w jakim stopniu byli nimi obdarzeni²⁶.

Gorzej z uczniami o przeciętnych i niższych możliwościach intelektualnych. Oni tracą najwięcej, bo papierowy sposób organizowania edukacji matematycznej nie sprzyja ani kształtowaniu wiadomości i umiejętności, ani rozwojowi ich umysłu. Są więc zdani na rodziców: jeżeli pomogą – nie ma problemu. Gdy rodzice nie potrafią pomóc, także nie ma problemu – widocznie uczeń nie jest zdolny do matematyki i dlatego ma kłopoty. Trzeba załatwić mu korepetycje.

Rzadko kto łączy nadmierne trudności w nauce matematyki uczniów klas starszych z jakością edukacji matematycznej w klasach początkowych. Co najwyżej stwierdza się: „uczeń ma zaległości z poprzednich lat, bo nie przykładął się do nauki”. Winien jest uczeń, rodzice, bo go nie dopilnowali, a nie sposób prowadzenia edukacji matematycznej.

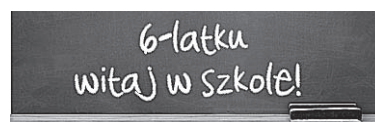
Przyglądając się edukacji matematycznej w klasach początkowych, trudno także dostrzec opisane nieprawidłowości: w dziennikach są per-

fekcyjne rozkłady materiałów i dobrze zapisane tematy. Uczniowie są zajęci rozwiązywaniem zadań w zeszytach ćwiczeń. Jest cicho – uczniowie pracują, a nauczyciel ich pilnuje. Zeszyty ćwiczeń, nad którymi pochylają się uczniowskie główki, są kolorowe, z wyraźnie zapisanymi informacjami i ułatwieniami: wystarczy wpisać liczbę lub znak działania, podkreślić lub przekreślić, dorysować strzałkę grafu itd. Można więc na jednych zajęciach zrealizować wiele zadań, a że małe są z tego korzyści edukacyjne, to już inna sprawa.

Trudno nawet dostrzec tych uczniów, którzy nie potrafią samodzielnie rozwiązać nawet prościutkich zadań ze swego zeszytu ćwiczeń. Kopiując to, co narysowali lub wyliczyli inni, nie muszą nawet wykazywać się większym sprytem. Wystarczy bowiem, że we właściwym miejscu wpiszą znaki działań i liczby, że przekreślą lub podkreślą to, co trzeba. Wszak ułatwia im to papierowy sposób prowadzenia edukacji matematycznej.

Edyta Gruszczyk-Kolczyńska jest pracownikiem Akademii Pedagogiki Specjalnej im. Marii Grzegorzewskiej, Wydziału Nauk Pedagogicznych w Instytucie Wspomagania Rozwoju Człowieka i Edukacji

Ewa Zielińska jest wieloletnim nauczycielem wychowania przedszkolnego



www.6latki.men.gov.pl

²⁶ Dodać tu trzeba, że uzdolnienia do nauki matematyki są u dzieci częste. Problem w tym, że dorośli ich nie pielęgnują. Więcej informacji w cytowanej wcześniej publikacji E. Gruszczyk-Kolczyńskiej i E. Zielińskiej *Dziecięca matematyka. Książka dla rodziców i nauczycieli*, WSiP, Warszawa 2007 i wcześniejsze wydania.